

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.0421

软土一维非线性固结近似解析解

李传勋, 王素

(江苏大学 土木工程与力学学院, 江苏 镇江 212013)

摘要: 软土非线性固结变形计算目前还主要依赖于数值方法, 致使非线性固结理论的工程应用受到极大限制。引入经典的 $e\text{-lg}\sigma'$ 和 $e\text{-lg}k_v$ 非线性关系, 在自重应力均匀分布假定下通过变量代换并利用迭代法给出压缩指数 C_c 与渗透指数 C_k 比值不等于 1 时的非线性固结近似解析解。在 C_c/C_k 趋近 1 时本文解与其等于 1 时的差分解及精确解相差无几。但如果 C_c/C_k 值偏离 1, 该近似解会存在一定偏差, 且偏差值会随 C_c/C_k 值偏离 1 的程度和外荷载增加而逐渐增大。在一般工程荷载作用下, 如果 C_c/C_k 值介于 0.9~1.1 之间, 本文解的平均固结度与差分解间最大偏差在 2% 左右。当 C_c/C_k 值在 0.75~1.25 之间时, 本文解的平均固结度与差分解最大偏差在 5% 左右。如果 C_c/C_k 值在 0.5~1.5 之间, 本文解的平均固结度与差分解间最大偏差在 10% 左右。当外荷载一定时, 土层的非线性固结速率会随着 C_c/C_k 值的增大而减慢。如果 $C_c/C_k < 1$, 土层的非线性固结速率会随外荷载的增大而加快; 相反, 如果 $C_c/C_k > 1$, 土层的非线性固结速率会随外荷载增大而减慢。

关键词: 软土; 非线性固结; 解析解; 近似解; 自重应力均匀分布

中图分类号: TU 433

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018) 10-3548-07

An analytical solution for one-dimensional nonlinear consolidation of soft soil

LI Chuan-xun, WANG Su

(Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China)

Abstract: The nonlinear consolidation settlement of soft clay was mainly estimated by numerical method till now, by which the engineering application of nonlinear consolidation theory was greatly constrained. The classical nonlinear relationships, both $e\text{-lg}\sigma'$ and $e\text{-lg}k_v$, were adopted in this paper, and the approximate analytical solutions with consideration of constant self-weight stress were obtained by the transformation of variables and iteration methods under case that the ratio of compressibility index C_c to permeability index C_k was not equal to 1. When the ratio of C_c to C_k approaches 1, there is little difference between the results by this solutions and that by analytical solutions with case of $C_c/C_k=1$. The deviation of approximate solutions from numerical solutions slightly increases with the deviation of C_c/C_k from 1 and increase in external load. When an usual external load in an actual project is considered, if the value of C_c/C_k varies from 0.9 to 1.1, the maximum deviation of this solution from the finite differential solutions varies within 2%. If the value of C_c/C_k varies from 0.75 to 1.25, the maximum deviation varies within 5%. If the value of C_c/C_k varies from 0.5 to 1.5, the maximum deviation varies within 10%. The consolidation rate decreases with an increase in the ratio of C_c/C_k in case of constant load. When $C_c/C_k < 1$, the consolidation rate increases with an increase in external load. When $C_c/C_k > 1$, however, the consolidation rate decreases with increasing the external load.

Keywords: soft soil; nonlinear consolidation; analytical solution; approximate solution; uniform distribution of self-weight

1 引言

固结理论在土力学中历来占重要地位, 原因在于土的强度和变形均与其密切相关。土的非线性压缩和渗透特性是复杂固结特性之一, 故研究土的非线性固结理论具有特别重要的理论和实际意义。

几十年来, 国内外学者一直致力于土体非线性固结理论的研究。Davis 等^[1]在土体初始有效应力沿深度保持不变及固结系数保持不变的假定下, 得到瞬时加荷的一维非线性固结解析解。Barden 等^[2]给出了一维非线性固结有限差分解。Poskitt^[3]采用摄动法对一维非线性固结问题开展研究。Mesri 等^[4]

收稿日期: 2017-05-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 51878320)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51878320).

第一作者简介: 李传勋, 男, 1978 年生, 博士, 副教授, 主要从事岩土工程方面的教学和研究工作。E-mail: lichuanxun@yeah.net

将 $e\text{-lg}\sigma'$ 和 $e\text{-lg}k_v$ 关系引入非线性固结中, 并给出其有限差分解。Duncan^[5]采用有限单元法研究了土体的非线性固结问题。Xie 等^[6-7]在 Davis 等^[1]假定的基础上先后给出变荷载下单层和双层地基非线性固结解析解。李冰河^[8-9]、谢康和^[10]等先后考虑土体自重应力真实分布及成层分布特性, 给出土体一维非线性固结半解析解, 并详细地分析了非线性固结性状。

尽管土体一维非线性固结理论已取得诸多进展, 但仍需认识到目前对其的研究大多依靠数值方法。仅存的非线性固结解析解均假定土体固结系数在固结过程中保持不变, 其作用更多地体现在对非线性固结数值解的验证作用。事实上, 技术人员相对薄弱的数值计算能力致使数值解的工程应用受到极大限制。故发展更广泛的、且形式相对简单的非线性固结解析解, 对推广非线性固结理论的工程应用至关重要。

本文假定土中自重应力沿深度均匀分布, 引入经典的 $e\text{-lg}\sigma'$ 和 $e\text{-lg}k_v$ 非线性关系, 利用迭代法获得更一般条件下一维非线性固结的近似解析解。本文近似解形式简单, 计算方便, 耗时时间短且容易被工程师掌握, 从而为扩大非线性固结理论的工程应用提供了理论支撑。

2 问题的描述及其控制方程的建立

厚度为 H 的土层表面作用有无限均匀分布的瞬时荷载 q_u , 其顶面透水, 底面透水或不透水。为获取非线性固结近似解, 假定土层的自重应力沿深度保持不变, 其值从表面到底面均为 σ'_0 。如果初始自重应力沿深度保持不变, 则土的初始孔隙比 e_0 沿深度保持不变。引入经典的 $e\text{-lg}\sigma'$ 和 $e\text{-lg}k_v$ 非线性关系, 即土的孔隙比 e 、有效应力 σ' 及渗透系数 k_v 间满足:

$$e - e_0 = C_c \lg(\sigma'_0 / \sigma') \quad (1)$$

$$e - e_0 = C_k \lg(k_v / k_{v0}) \quad (2)$$

式中: e_0 为与初始有效应力 σ'_0 相对应的初始孔隙比; C_c 为压缩指数; C_k 为渗透指数; k_{v0} 为 $e\text{-lg}k_v$ 曲线与初始孔隙比 e_0 相对应的渗透系数。

认为达西定律能有效地描述土中渗流, 且忽略土体的流变特性。此时根据小应变几何假定下流入与流出单元体的流量差等于单元体体积改变量的连续条件, 引入方程式 (1)、(2) 及有效应力原理, 建立土的非线性固结控制方程为

$$c_{v0} \frac{\sigma'}{\sigma'_0} \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'} \right)^{C_c/C_k} \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3)$$

式中: $c_{v0} = (1 + e_0) k_{v0} \sigma'_0 \ln 10 / (C_c \gamma_w)$, γ_w 为水的重度; z 为竖向坐标, 以向下为正, 顶面处坐标 $z=0$, 底面处坐标 $z=H$; t 为时间; u 为超静孔隙水压力。

控制方程式 (3) 的求解条件为

$$u(0, t) = 0, t > 0 \quad (\text{顶面透水}) \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=H} = 0 \quad (\text{底面不透水}) \quad (5)$$

$$u(H, t) = 0 \quad (\text{底面透水}) \quad (6)$$

$$u(z, 0) = q_u \quad (\text{初始条件}) \quad (7)$$

式中: q_u 为作用在土层表面的无限均匀分布荷载。

在 $C_c/C_k=1$ 的情况下, Davis 等^[1]已获得控制方程式 (3) 满足求解条件式 (4) ~ (7) 的解析解。在此基础上, 谢康和等^[6-7]进一步发展了变荷载下单层和及双层非线性固结解析解。由于数学上的求解困难, 目前 $C_c/C_k \neq 1$ 时的非线性固结解析解研究甚少, 本文将对此展开更深入地探讨。

3 模型的近似解答

3.1 超静孔隙水压力 u 的迭代解

式 (3) 可进一步展开为

$$c_{v0} \left[\frac{C_c}{C_k} \frac{1}{\sigma'} \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_0} \right)^{1-\frac{C_c}{C_k}} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_0} \right)^{1-\frac{C_c}{C_k}} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (8)$$

如果令 $w = (\sigma' / \sigma'_0)^{1-C_c/C_k}$, $N_q = (\sigma'_0 + q_u) / \sigma'_0$, $v = (N_q)^{1-C_c/C_k} - w$, 则式 (8) 转化为

$$c_{v0} w \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (9)$$

定解条件式 (4) ~ (7) 应用以上无量纲转为

$$v(0, t) = 0 \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=H} = 0 \quad (11)$$

$$v(H, t) = 0 \quad (12)$$

$$v(z, 0) = (N_q)^{1-C_c/C_k} - 1 \quad (13)$$

式 (9) 仍属非线性偏微分方程, 直接求其解析

解仍存在数学困难。Lekha 等^[11]也曾得到与式 (9) 相类似的无量纲控制方程, 其解法是直接令 w 等于其取值范围内的平均值, 将非线性偏微分方程转化为线性偏微分方程并得到解析解答。但需注意的是, w 是 z 、 t 的函数, 如果将其视做对固结系数的不断修正, 那么修正系数也会随空间坐标 z 和时间 t 而变化。如果简单地将其看作常数来修正固结系数, 势必引起较大的计算误差。基于此, 笔者设想利用迭代思想, 通过迭代计算使线性方程的解逐渐逼近真实值。故求解思路如下: 将求解超静孔隙水压力 $u(z, t)$ 转化为求解 $v(z, t)$, 根据 w 的取值范围令式 (9) 中 $w = w_0 = \left[1 + (N_q)^{1-C_c/C_k}\right]/2$, 此时式 (9) 转化为线性偏微分方程, 可得其解析解答 $w_1(z, t)$ 。在此基础上, 将 $w_1(z, t)$ 代替 w_0 并代入至线性偏微分方程的解析表达中, 再次获得解析解答 $w_2(z, t)$, 按此迭代思路, 直至相邻两次解答误差在允许范围内可结束迭代。为获取坐标 z 处 t 时刻的超静孔隙水压力值, 具体求解步骤如下:

(1) 取 w 的平均值作为初始迭代值。

令 $w = w_0 = \left[1 + (N_q)^{1-C_c/C_k}\right]$, 式 (9) 转化为

$$c_{v0} w_0 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (14)$$

易得方程式 (14) 在单面排水下解答 w_1 为

$$w_1(z, t) = N_q^{1-C_c/C_k} - (N_q^{1-C_c/C_k} - 1) \cdot$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) \exp\left(-\frac{c_{v0} w_0 M^2 t}{H^2}\right) \quad (15)$$

式中: $M = (2m-1)\pi/2$; $m=1, 2, 3, \dots$ 。

同理, 双面排水条件下的解答 w_1 为

$$w_1(z, t) = N_q^{1-C_c/C_k} - (N_q^{1-C_c/C_k} - 1) \cdot$$

$$\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi z}{H}\right) \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 c_{v0} w_0 t}{H^2}\right) \quad (16)$$

(2) 用解 $w_1(z, t)$ 代替式 (15)、(16) 中的 w_0 , 可得单、双面排水条件下坐标 z 处 t 时刻变量 w 的解答 $w_2(z, t)$ 分别为

$$w_2(z, t) = N_q^{1-C_c/C_k} - (N_q^{1-C_c/C_k} - 1) \cdot$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) \exp\left(-\frac{M^2 c_{v0} w_1(z, t) t}{H^2}\right) \quad (17)$$

$$w_2(z, t) = N_q^{1-C_c/C_k} - (N_q^{1-C_c/C_k} - 1) \cdot$$

$$\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi z}{H}\right) \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 c_{v0} w_1(z, t) t}{H^2}\right) \quad (18)$$

按以上方法逐次开展迭代, 直至相邻两次结果满足迭代条件为止。如果第 i 次迭代结果为 $w_i(z, t)$ 且其能满足下式, 则认为 $w_i(z, t)$ 就是所求的近似解。

$$\max \left[\frac{|w_i(z, t) - w_{i-1}(z, t)|}{w_i(z, t)} \right] \leq \varepsilon \quad (19)$$

式中: ε 为误差允许值, 本文取 $\varepsilon=1\%$; $w_{i-1}(z, t)$ 为第 $i-1$ 次迭代解。

此时可得坐标 z 处 t 时刻变量 $w(z, t)$ 的解答, 即 $w(z, t) = w_i(z, t)$ 。

至此, 单、双面排水条件下土的非线性固结解答分别为

$$w(z, t) = N_q^{1-C_c/C_k} - (N_q^{1-C_c/C_k} - 1) \cdot$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) \exp\left(-\frac{M^2 c_{v0} w_{i-1}(z, t) t}{H^2}\right) \quad (20)$$

$$w_i(z, t) = N_q^{1-C_c/C_k} - (N_q^{1-C_c/C_k} - 1) \cdot$$

$$\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi z}{H}\right) \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 c_{v0} w_{i-1}(z, t) t}{H^2}\right) \quad (21)$$

(3) 最后, 利用 $w(z, t)$ 的解答可进一步获得坐标 z 处 t 时刻超静孔隙水压力的解答为

$$u(z, t) = \sigma'_0 + q_u - \sigma'_0 w(z, t)^{C_k/(C_k-C_c)} \quad (22)$$

3.2 迭代解的收敛性分析

从前面求解过程可发现, 单面排水条件下的迭代函数 $\varphi(w)$ 为

$$\varphi(w) = (N_q)^{1-C_c/C_k} - \left[(N_q)^{1-C_c/C_k} - 1 \right] \cdot$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) \exp\left(-\frac{c_{v0} w M^2 t}{H^2}\right) \quad (23)$$

可求得变量 w 在 1 与 $N_q^{1-C_c/C_k}$ 间变化, 此时迭代函数值 $\varphi(w)$ 也在 1 与 $N_q^{1-C_c/C_k}$ 间变化。根据迭代收敛的条件判别方法, 此时迭代收敛的条件应该为 $|\varphi'(w)| < 1$ 。单面排水下 $|\varphi'(w)|$ 为

$$|\varphi'(w)| = \left| \left[(N_q)^{1-C_c/C_k} - 1 \right] \frac{c_{v0} M^2 t}{H^2} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) \exp\left(-\frac{c_{v0} w M^2 t}{H^2}\right) \right| \quad (24)$$

式中: $\varphi'(w)$ 为 $\varphi(w)$ 的导数。

如果取级数第 1 项近似计算, 单面排水条件下满足迭代收敛的参数条件可简化为

$$\left| \left[(N_q)^{1-C_c/C_k} - 1 \right] \frac{c_{v0}\pi t}{H^2} \right| < \exp\left(\frac{c_{v0}w\pi^2 t}{4H^2} \right) \quad (25)$$

同样, 双面排水条件下 $|\varphi'(w)|$ 为

$$|\varphi'(w)| = \left| \left[(N_q)^{1-C_c/C_k} - 1 \right] \frac{n^2\pi^2 c_{v0} w_0 t}{H^2} \cdot \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi z}{H} \right) \exp\left(-\frac{n^2\pi^2 c_{v0} w_0 t}{H^2} \right) \right| \quad (26)$$

仍取第 1 项近似计算, 双面排水下满足迭代收敛条件的参数条件为

$$\left| \left[(N_q)^{1-C_c/C_k} - 1 \right] \frac{4\pi c_{v0} t}{H^2} \right| < \exp\left(\frac{c_{v0}w\pi^2 t}{H^2} \right) \quad (27)$$

如果土层和荷载参数能够满足前述的收敛条件, 则迭代就是收敛的。可以看出, 对一般土层参数而言收敛条件一般是可满足的。

3.3 土层平均固结度的解答

获得超静孔隙水压力解答后可通过数值积分得 t 时刻土层的平均固结度。按应力定义的土层平均固结度 U_p 表达为

$$U_p = \int_0^H \frac{q_u - u}{q_u} dz = 1 - \frac{1}{Nq_u} \sum_{j=1}^N \frac{u(z_{j-1}, t) + u(z_j, t)}{2} \quad (28)$$

式中: N 为所取的等间距数值积分的间距数; z_{j-1} 、 z_j 分别为第 j 个积分间隔的起点和终点坐标; $u(z_j, t)$ 为坐标为 z_j 处 t 时刻的超静孔隙水压力值。

t 时刻土层发生的沉降变形值 S_t 为

$$S_t = \frac{C_c}{1+e_0} \int_0^H \lg \frac{\sigma'_0 + q_u - u}{\sigma'_0} dz = \frac{C_c}{1+e_0} \frac{H}{N} \sum_{j=1}^N \lg \frac{\sigma'_0 + q_u - [u(z_{j-1}, t) + u(z_j, t)]/2}{\sigma'_0} \quad (29)$$

土层的最终沉降变形值 S_∞ 为

$$S_\infty = \frac{C_c}{1+e_0} \int_0^H \lg \frac{\sigma'_0 + q_u}{\sigma'_0} dz = \frac{\lg N_q}{1+e_0} H \quad (30)$$

土层按变形定义的平均固结度 U_s 为

$$U_s = S_t / S_\infty \quad (31)$$

在 $C_c/C_k \neq 1$ 时, 本文近似解虽在数学上存在不

严谨之处, 但通过多次迭代后近似解的偏差会逐渐减小。与经典数值解相比, 本文解最大优势就是其形式简单、解答直观、避免时空离散、便于被工程人员掌握并应用于工程实际。如果预求取某时刻的超静孔压, 应用数值方法求解往往需要从初始时刻开始计算, 通过时空离散并得到解答。但采用本文近似解, 可直接获得坐标 z 处 t 时刻超静孔压解答及平均固结度解答, 有效地避免了数值解对大量时间节点开展计算的繁杂过程。

4 近似解的对比分析

以下对比分析中, 土性参数如下: $e_0 = 1.571$, $\sigma'_0 = 50$ kPa, $\gamma_w = 10$ kN/m³, $H = 10$ m, $C_c = 0.6$, $k_{v0} = 8 \times 10^{-9}$ m/s。可得到初始状态下土的固结系数 $c_{v0} = 3.95 \times 10^{-7}$ m²/s, 无量纲时间因子的表达式 $T_v = c_{v0}t/H^2$ 。

4.1 $C_c/C_k=1$ 精确解与趋近 1 近似解的对比分析

将不同边界条件下本文近似解析解 ($C_c = 0.6$, $C_c/C_k = 0.9999$, $q_u = 100$ kPa) 与 Davis 等^[1]精确解 ($C_c = 0.6$, $C_c/C_k = 1$, $q_u = 100$ kPa) 及有限差分解 ($C_c = 0.6$, $C_c/C_k = 1$, $q_u = 100$ kPa) 计算的平均固结度和超静孔隙水压力对比分析, 如图 1、2 所示。

从图中可发现, $C_c/C_k = 0.9999$ 时, 本文近似解与 $C_c/C_k = 1$ 时有限差分解和 Davis 等^[1]解析解相比, 平均固结度及超静孔压曲线基本是相互重合的, 曲线间的偏差基本可忽略。这证实本文近似解在 C_c/C_k 接近 1 时的解答是十分接近于精确解的。

4.2 $C_c/C_k \neq 1$ 时近似解与差分解的对比分析

在不同 C_c/C_k 值及不同外荷载 q_u 下分别应用本文解及有限差分解对土层开展非线性固结计算, 两者在不同参数下的对比曲线见图 3、4。

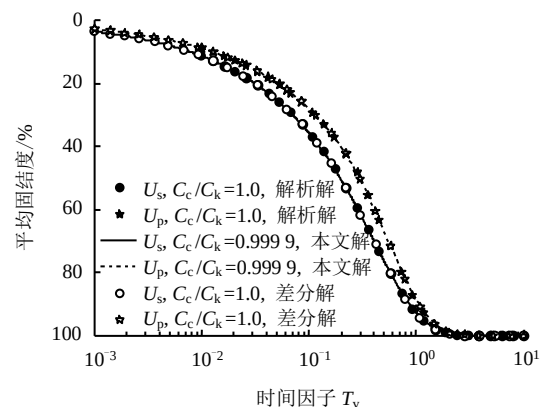


图 1 单面排水下平均固结度的对比

Fig.1 Comparisons of average degree of consolidation under case of single drainage

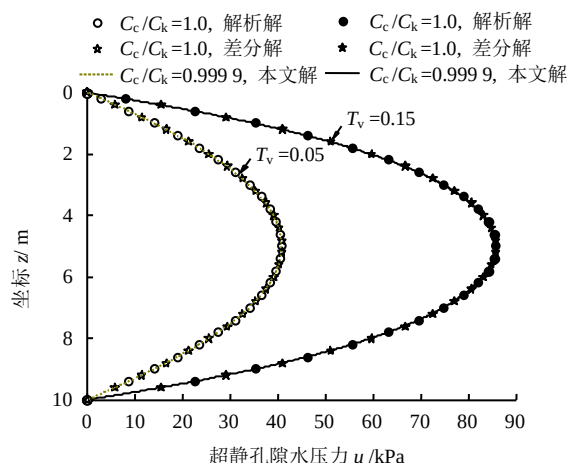
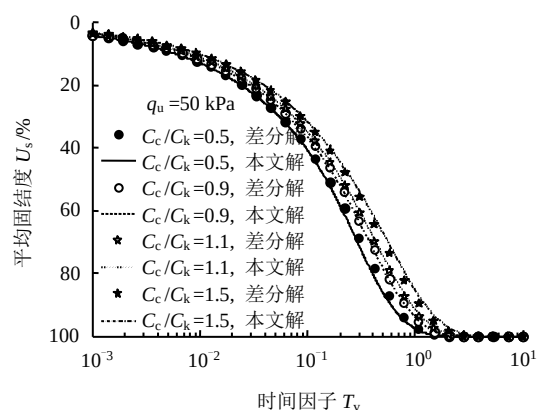
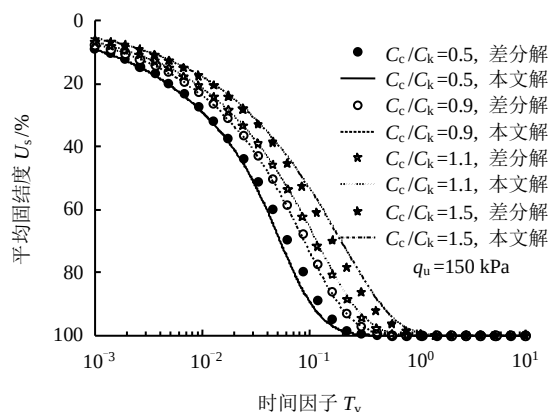


图2 双面排水下超静孔隙水压力的对比

Fig.2 Comparisons of excess pore water pressure under case of double drainage

图3 单面排水不同 C_c/C_k 值下本文解与差分解对比Fig.3 Comparisons between the approximate analytical solutions and differential solutions with different C_c/C_k under case of single drainage图4 双面排水不同 C_c/C_k 值下本文解与差分解对比Fig.4 Comparisons between the approximate analytical solutions and differential solutions with different values of C_c/C_k under case of double drainage

由对比曲线发现, 本文近似解所引起的偏差主要取决于两方面因素, 即土体参数 C_c/C_k 偏离 1 的

程度及作用于土层的外荷载。原因是这两者的增加均会导致式 (9) 非线性增强, 进而致近似解的偏差增大。

当外荷载较小时, 如果 C_c/C_k 在 0.5~1.5 间变化, 本文近似解与差分解计算平均固结度的最大偏差均没有超过 5%。如果 C_c/C_k 在 0.75~1.25 间变化, 近似解与差分解间的最大偏差在 2% 左右。如果 C_c/C_k 在 0.9~1.1 间变化, 近似解与差分解间的偏差则不到 1%。因此, 当外荷载较小 (如外荷载刚好等于土中初始有效应力) 时, 本文近似解在 C_c/C_k 取值范围内的计算偏差均是在可接受的 5% 之内, 应能满足实际工程的精度要求。

图 4 表明本文解的计算偏差会随着外荷载的增大而略有增加的趋势。从图中可发现, 当 $q_u=150$ kPa 时近似解与差分解的计算偏差要比 $q_u=50$ kPa 时大, 即相同 C_c/C_k 值的计算偏差会随 q_u 值增大而逐渐增大。但此时的计算偏差尚可接受, 当 C_c/C_k 在 0.9~1.1 间变化时, 计算偏差在 2% 左右。如果 C_c/C_k 在 0.75~1.25 间变化时, 计算偏差仍在 5% 之内。当 C_c/C_k 在 0.5~1.5 间变化时, 两者间的最大偏差会接近 10% 左右。需进一步说明的是, 软土地基上作用的荷载一般在 100~200 kPa 间变化, 当 $q_u=150$ kPa 时也基本满足一般工程荷载的要求。

5 算例及固结性状分析

某土层厚度 $H=10$ m, 顶面透水, 底面不透水。土层初始自重应力的平均值 $\sigma'_0=50$ kPa, 与 σ'_0 相对应的土初始孔隙比 $e_0=1.571$, 水的重度按 $\gamma_w=10$ kN/m³ 计算, 外荷载 q_u 瞬时施加。土的压缩指数 $C_c=0.6$, 与初始孔隙比 e_0 对应的渗透系数 $k_{v0}=8 \times 10^{-9}$ m/s。对以上算例, 利用本文解计算在不同 C_c/C_k 值和外荷载作用下土层的固结曲线, 并进一步分析土层的非线性固结性状。

5.1 $q_u=100$ kPa 时不同 C_c/C_k 值的固结性状

图 5 为 $q_u=100$ kPa 时不同 C_c/C_k 下土层的平均固结度与时间因子关系曲线。从图中可发现, C_c/C_k 越大, 相同时间因子下土层的平均固结度越小, 即土层的固结速率会随着 C_c/C_k 的增大而减慢。该性状可直接从式 (3) 得到解释, C_c/C_k 越大, 土的渗透系数越小, 则土层的固结速率理应减慢。

5.2 外荷载 q_u 对固结性状的影响

图 6 为 $C_c/C_k < 1$ 时不同荷载下的固结曲线。可发现作用于土层的外荷载越大, 则其固结速率越快。相反, 如果 $C_c/C_k > 1$, 土层的固结速率会随着外荷载的增加而减慢。这样的固结性状可通过非线性固

结系数的计算得到解释。当 $C_c/C_k < 1$ 时, 固结系数会随着外荷载增大而增大; 相反, 则固结系数会随着外荷载增大而减小, 故此出现上述的固结性状。

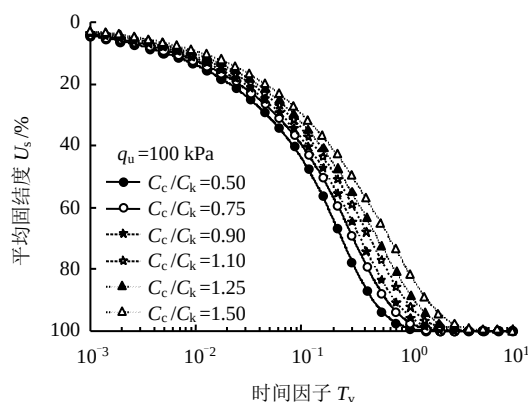


图 5 C_c/C_k 对固结速率的影响

Fig.5 Influence of C_c/C_k on consolidation rate

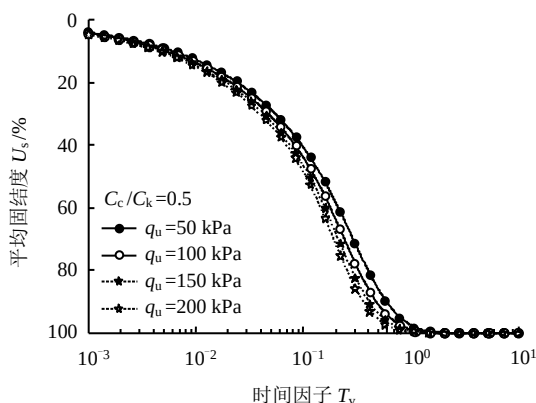


图 6 $C_c/C_k < 1$ 时外荷载对固结速率的影响

Fig.6 Influence of external load q_u on consolidation rate under case of $C_c/C_k < 1$

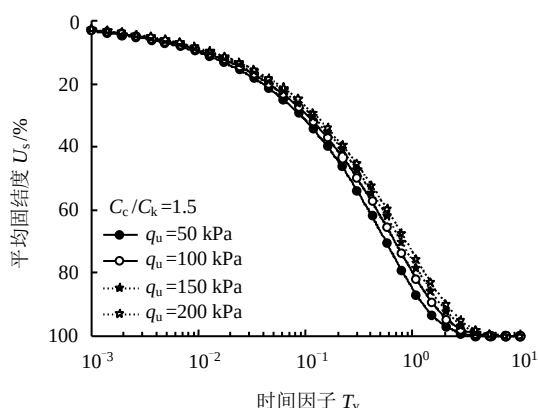


图 7 $C_c/C_k > 1$ 时外荷载对固结速率的影响

Fig.7 Influence of external load q_u on consolidation rate under case of $C_c/C_k > 1$

6 结 论

(1) 本文通过迭代法给出自重应力均匀分布下

的非线性固结近似解析解。该近似解形式简单, 相对于数值方法其更易于工程技术人员掌握, 为推广非线性固结理论的工程应用提供了理论基石。

(2) 本文近似解的计算偏差会随外载及 C_c/C_k 偏离 1 程度的增大而增大。当外荷载较小 (如 $N_q=2$) 时, 近似解在 C_c/C_k 取值范围内所引起的偏差均在 5% 左右。一般工程荷载下, C_c/C_k 介于 0.9~1.1 之间, 本文解计算的平均固结度最大偏差在 2% 左右; 当 C_c/C_k 在 0.75~1.25 之间时, 本文解计算的平均固结度最大偏差在 5% 左右。 C_c/C_k 在 0.5~1.5 间变化时, 本文解计算的平均固结度最大偏差达 10% 左右。

(3) 外荷载不变时, 固结速率随着 C_c/C_k 的增大而减慢。当 $C_c/C_k < 1$ 时, 固结速率随着外荷载的增大而加快; 相反, 当 $C_c/C_k > 1$ 时, 固结速率随着外荷载增大而减慢。

参 考 文 献

- [1] DAVIS E H, RAYMOND G P. A non-linear theory of consolidation[J]. *Geotechnique*, 1965, 15(2): 161—173.
- [2] BARDEN L, BERRY P L. Consolidation of normally consolidated clay[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, 1965, 91(5): 15—35.
- [3] POSKITT T J. Consolidation of clay and peat with variable properties[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, 1971, 97(6): 841—880.
- [4] MESRI G, ROKHSAR A. Theory of consolidation for clays[J]. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 1974, 100(8): 889—904.
- [5] DUNCAN J M. Limitations of conventional analysis of consolidation settlement[J]. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 1993, 119(9): 1333—1359.
- [6] XIE K H, LI B H, LI Q L. A nonlinear theory of consolidation under time-dependent loading[C]// *Proceedings of 2nd International Conference on Soft Soil Engineering*. Nanjing: Hohai University Press, 1996: 193—198.
- [7] XIE K H, XIE X Y, JIANG W. A study on one-dimensional nonlinear consolidation of double-layered soil[J]. *Computers and Geotechnics*, 2002, 29(2): 151—168.
- [8] 李冰河, 谢康和, 应宏伟, 等. 初始有效应力沿深度变化的非线性一维固结半解析解[J]. *土木工程学报*, 1999, 32(6): 47—52.

- LI Bing-he, XIE Kang-he, YING Hong-wei, et al. Semi-analytical solution of 1D nonlinear consolidation considering the initial effective stress distribution[J]. **China Civil Engineering Journal**, 1999, 32(6): 47—52.
- [9] 李冰河, 谢康和, 应宏伟, 等. 变荷载下软黏土非线性一维固结半解析解[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(3): 288—293.
- LI Bing-he, XIE Kang-he, YING Hong-wei, et al. Semi-analytical solution of one dimensional non-linear consolidation of soft clay under time-dependent loading[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1999, 21(3): 288—293.
- [10] 谢康和, 郑辉, 李冰河, 等. 变荷载下成层地基一维非线性固结分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2003, 37(4): 426—431.
- XIE Kang-he, ZHENG Hui, LI Bing-he, et al. Analysis of one dimensional nonlinear consolidation of layered soils under time-dependent loading[J]. **Journal of Zhejiang University (Engineering Science)**, 2003, 37(4): 426—431.
- [11] LEKHA K R, KRISHNASWAMY N R, BASAK P. Consolidation of clays for variable permeability and compressibility[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2003, 129(11): 1001—1009.

《岩石力学高级教程》内容简介

《岩石力学高级教程》一书的内容共分为 5 篇 28 章: 第 1 篇介绍了岩石的概念及基本物理性能; 第 2 篇重点介绍了岩土材料弹塑性力学基础; 第 3 篇重点介绍了岩石的基本力学性质; 第 4 篇介绍的是岩石力学的一些复杂问题, 这些复杂问题绝大部分属于岩石物理学的范畴; 第 5 篇重点介绍了岩石力学在地下工程和边坡工程中的应用及分析方法, 以及围岩稳定分析原理。为了提高读者学习本书的效率, 绝大部分章节附有复习思考题, 既能帮助读者更好地理解 and 消化基本概念, 又便于读者自学。

该书既可以作为岩石力学各专业的本科生高年级学生和研究生的高级教材, 也可作为相关专业教师、科研人员和工程技术人员的参考用书。

该书是作者侯公羽教授在中国矿业大学(北京) 20 余年的高等岩石力学课程讲义的基础上, 参考兄弟院校的相关教材、专著等成果编写而成的, 定位于普通高等院校高等岩石力学课程的教材。本书力求既反映岩石力学的基本概念、基本原理、基本内容, 又反映岩石力学深入研究所需的提高内容, 以及岩石力学最新的研究思想与进展。作为岩石力学的高级教程, 力求做到可读性、基础性与实用性的统一, 提高学生学习岩石力学和应用岩石力学所需的数学、物理和力学知识水平, 帮助学生能够运用所学岩石力学知识解决岩石工程中的问题, 提高解决实际问题的能力。

该书的特色之一是, 在内容选材上增加了大量篇幅的岩石物理学方面的内容。事实上, 最早的有关岩石物理性质方面的研究, 可以追溯到 17 世纪末。那时的研究主要集中在岩石的力学性质方面。1946 年, Bridgeman 因对高压下岩石性质的出色试验研究, 获得了诺贝尔物理学奖, 标志着岩石物理学成为了一门成熟的学科。

该书的特色之二是, 加强了对弹塑性力学基本理论的描述。这些力学内容是学习和研究高等岩石力学问题所必需的, 具体内容在第 2 篇。

该书的特色之三是, 注意吸收岩石力学的最新研究成果, 如岩石微观损伤统计的 CT 重构技术, 以及岩石破坏临界现象与信息识别方面的理论、方法、试验等; 也吸收了作者 20 年来在围岩-支护相互作用原理研究、巷道围岩弹塑性求解, 以及岩石真三轴开挖卸荷力学特性研究方面的新成果。